Examen première session 2018-2019

Une feuille manuscrite recto-verso est autorisée. Tout autre document est interdit. Les téléphones doivent être rangés. Le barème est **indicatif** et peut donc être sujet à modifications.

Numéro d'anonymat

Exercice 1: (8 points) **Le théorème des hôpitaux de campagne**

Le but de cet exercice est d'étudier le problème du mariage stable lorsqu'il n'y a pas le même nombre d'hommes et de femmes, et plus précisément le cas particulier où il y a une femme de moins. Nous voulons montrer que dans tout mariage stable c'est le même homme qui est célibataire.

1. (3 points) Nous considérons l'instance suivante avec un ensemble $H = \{h_1, h_2, h_3, h_4\}$ de 4 hommes et un ensemble $F = \{f_1, f_2, f_3\}$ de 3 femmes. Tout le monde préfère être en couple que seul. Les préférences sont les suivantes.

h_1	f_1	f_2	f_3
h_2	f_2	f_3	f_1
h_3	f_3	f_1	f_2
h_4	f_2	f_1	f_3

f_1	h_2	h_3	h_4	h_1
f_2	h_4	h_2	h_1	h_3
f_3	h_3	h_4	h_1	h_2

.

1. Appliquer l'algorithme de Gale-Shapley côté hommes. Pour les propositions on prendra les hommes par numéro croissant. Vous donnerez simplement la liste des propositions, les réponses, et le couplage final. Quel est l'homme célibataire ?

2. Existe-t-il un mariage stable avec un autre homme célibataire ? (vous justifierez votre réponse)

2. (5 points) Plus généralement, nous considérons une instance du mariage stable avec un ensemble $H = \{h_1, \ldots, h_n\}$ de n hommes et un ensemble $F = \{f_1, \ldots, f_{n-1}\}$ de $n-1$ femmes. Tout le monde préfère être en couple que tout seul. Un mariage stable laisse donc un (unique) homme célibataire.

1. On ajoute une femme fictive f_n. f_n est classée dernière par tous les hommes, et ses préférences sont $h_1 > h_2 > \ldots > h_n$. On note $F' = \{f_1, \ldots, f_n\}$. Montrer que f_n est en couple avec le même homme dans tout mariage stable de l'instance (H, F').

2. Considérons un mariage M de l'instance initiale (H, F) (un ensemble de $n-1$ couples donc), où l'homme h_j est célibataire. On lui fait correspondre la mariage M' de l'instance (H, F') en ajoutant à M le couple (h_j, f_n). Montrer qu'il existe une paire instable relativement à M pour l'instance (H, F) si et seulement s'il existe une paire instable relativement à M' pour l'instance (H, F'). Conclure.

Exercice 2: (6 points)**Apprentissage et agents autonomes**

Répondez *brièvement* aux questions suivantes.

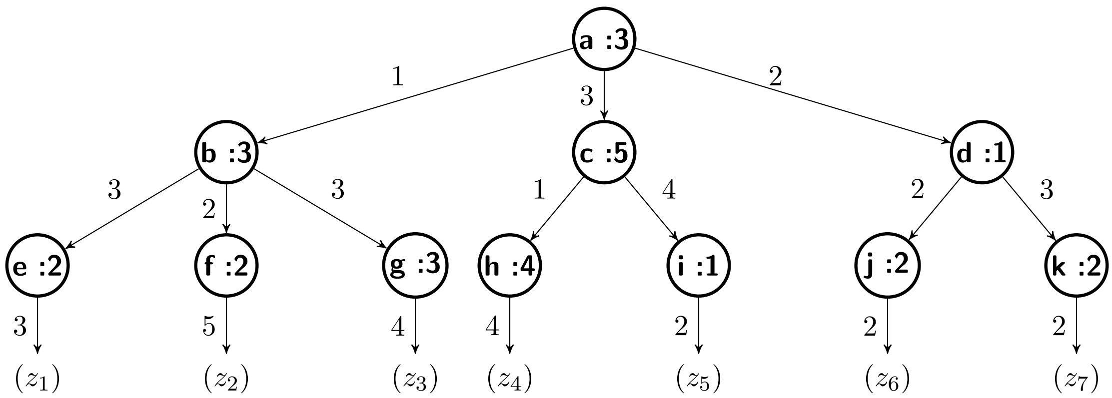
1. (1 point) Dessinez l'architecture d'un véhicule de Braitenberg allant vers les murs.

2. (2 points) Etant donné un comportement *aller-tout-droit* et un comportement *évite-le-mur*, dessinez l'architecture de subsomption qui permet d'aller tout droit en évitant les obstacles en utilisant exclusivement les deux modules pré-cités.

3. (3 points) Décrivez (sous forme de pseudo-code) l'algorithme (1+1)-ES avec la règle des 1/5e.

Exercice 3: (3.5 points) **Recherche dans les graphes d'états**

Considérons le graphe suivant. Les nœuds correspondent aux différents états. Au sein des nœuds, on trouve l'identifiant, et la valeur donnée par l'heuristique h pour atteindre un état but depuis cet état. Les valeurs sur les arcs indiquent le coût pour passer d'un état à l'autre. On suppose ici que l'état initial est l'état a, tandis que les états buts sont les états z_i ($i \in \{1, \ldots 7\}$), avec bien sûr $h(z_i) = 0$. L'objectif est d'atteindre un état but de coût minimum.



1. (1 points) L'heuristique employée est-elle admissible ? Est-elle consistante ? Justifiez votre réponse. Si ce n'est pas le cas, proposez une correction minimale permettant de satisfaire la ou les conditions.

2. (1 points) Imaginons que l'arbre de recherche puisse être extrêmement grand. Afin d'accélérer la prise de décision, l'algorithe suivant vous est proposé : partant d'un état initial, pour une profondeur de recherche d donnée (i) l'algorithme cherche le noeud de profondeur d dont la valeur $f = g + h$ est la plus faible, où g est le coût total pour atteindre cet état depuis l'état initial (si plusieurs état ont la même valeur, on choisira par ordre alphabétique sur l'identifiant) ; (ii) une seule action est éxécutée dans la direction de l'état sélectionné, l'état courant est alors modifié ; et (iii) le processus est répété depuis le nouvel état courant, jusqu'à atteindre un état but. *Par profondeur de recherche on entend le nombre d'actions nécessaires pour atteindre un état. Par exemple, l'état b est à profondeur de recherche 1 de a, tandis que e est à profondeur* 2. Indiquez pour une profondeur de recherche 2 l'état but atteint par l'algorithme sur notre exemple, en détaillant les étapes.

3. (1.5 points) La personne qui vous a proposé cet algorithme affirme : "Si l'heuristique est consistante, alors la solution retournée ne peut pas être moins bonne si l'on augmente la profondeur de recherche." Qu'en pensez-vous ? Justifiez votre réponse.

Exercice 4: (2.5 points) **Dynamique multi-agents**

Considérons la matrice de gains suivante, pour les joueurs 1 (ligne) et 2 (colonne), dotés des stratégies a et b :

$1\backslash 2$	a	b
a	$(2,2)$	$(0,1)$
b	$(5,0)$	$(1,1)$

1. (0.5 point) Existe-t-il une stratégie strictement dominée pour l'agent 1 ? Justifiez votre réponse.

2. (0.5 point) En supposant que l'agent 1 joue l'action a avec la probabilité p, et donc b avec la probabilité $(1-p)$, quel est le gain espéré des stratégies a et b pour l'agent 2.

3. (1.5 point) On suppose à présent que les agents jouent ce jeu de manière itérée. L'agent 2 commence par jouer a, puis joue en *fictitious play* pour le reste des parties (si l'utilité espérée des actions est égale, l'agent 2 choisit de jouer b). Quel est le gain maximal que peut obtenir l'agent 1 contre l'agent 2 si les agents jouent 10 fois ce jeu ? Montrez une séquence permettant d'atteindre ce gain, et justifiez qu'il n'en existe pas de meilleure.