Sorbonne Université
Année 2020-2021

LRC - Examen réparti 2

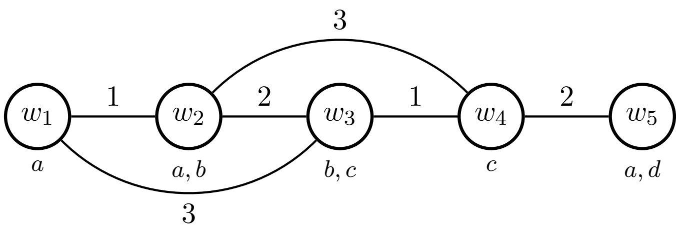
M1 ANDROIDE
M1 DAC

Durée 1h30 - aucun document autorisé
Le barème, sur 25, n'est donné qu'à titre indicatif

1 Logique épistémique

Exercice 1 Un modèle de la logique épistémique $S5$ *(5 points)*

On considère le modèle de la logique épistémique $S5$ impliquant trois agents $1, 2, 3$, les propositions a, b, c, d, et donné graphiquement ci-dessous (en notant que les relations sont implicitement symétriques, et qu'une relation réflexive existe pour chaque agent en chaque monde) :



1. (1 pt) Donner les formules de logique épistémique représentant les énoncés suivants (où le groupe est constitué des trois agents 1, 2 et 3) :

   (i) il est connaissance commune dans le groupe que b ou c

   (ii) tout le monde (dans le groupe) sait que quelqu'un (dans le groupe) sait que b

   Note : il n'est pas demandé de vérifier si les formules sont vraies ou pas dans le modèle.

2. (3 pts) Pour chacune des formules suivantes, indiquer si elle est vérifiée dans les différents mondes :

   (i) $F_1 = K_1 a \vee K_1 \neg a$

   (ii) $F_2 = E_{\{1,2,3\}}(a \vee b)$

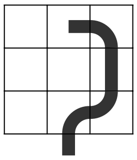
   (iii) $F_3 = E^2_{1,3}(a \vee b)$

3. (1 pt) Est-ce que dans ce modèle toute connaissance commune pour le groupe 1,2 est aussi connaissance commune pour le groupe 1,3 ? Justifiez votre réponse.

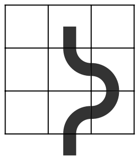
Exercice 2 Par où est passé le petit robot ? *(5 points)*

Un petit robot vient d'effectuer un trajet mais arrive endommagé à destination. Après un examen rapide du robot, l'ingénieure en charge du robot constate que celui-ci ne s'est pas arrêté. Le robot est parti au temps $t = 0$ (du bas de la grille), et il a été récupéré à destination au temps $t = 5$ en haut de la grille (mais il était peut-être arrivé avant). A chaque pas de temps, il s'est déplacé d'une case, mais il ne peut pas se déplacer vers une case en diagonale. L'ingénieure en conclut que les trajectoires possibles sont les suivantes :

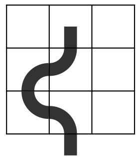
w1



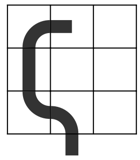
w2



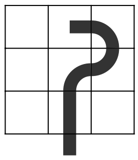
w3



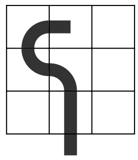
w4



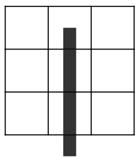
w5



w6



w7



Par exemple, dans le monde w_1 le robot est à $t = 0$ à son point de départ, puis il est monté en $t = 1$ à la case en ligne 1 et colonne 2, puis il a tourné vers la droite et s'est trouvé en $t = 2$ à la case en ligne 1 et colonne 3, etc. Afin de comprendre ce qui s'est passé, l'ingénieure souhaite déterminer la trajectoire exacte qu'a suivie le robot. On propose de modéliser le problème sous forme d'une structure de Kripke M, dans laquelle chacune des trajectoires est un monde possible. On suppose qu'en chaque monde w_i on trouve une proposition p_i indiquant le trajet emprunté par le robot. « Savoir quel trajet a emprunté le robot » peut donc s'écrire $Kp_1 \vee Kp_2 \vee \cdots \vee Kp_7$.

L'ingénieure en charge d'analyser ce qui s'est passé dispose de plusieurs sources d'information pour l'aider :

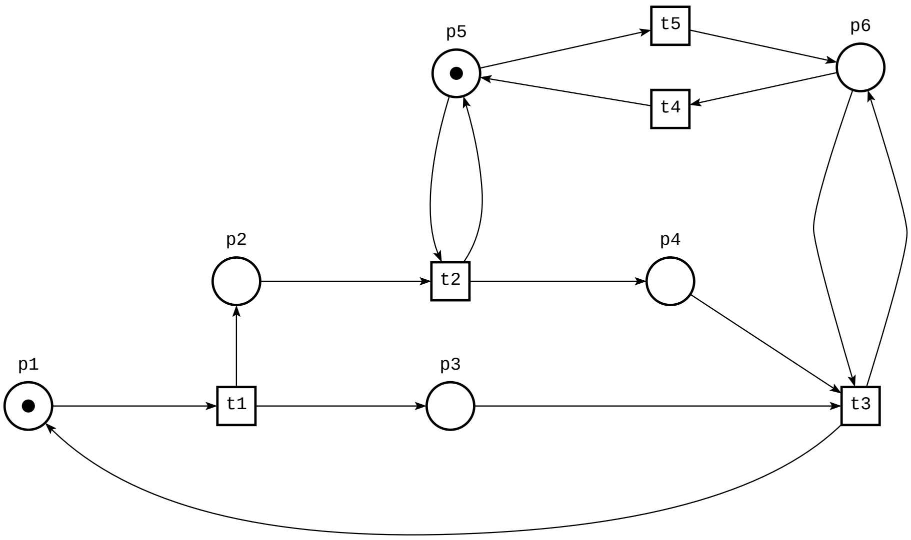
- un opérateur L a fait un relevé au temps $t = 2$ lui permettant de savoir dans quelle *ligne* était le robot à cet instant,
- un opérateur C a fait un relevé au temps $t = 3$ lui permettant de savoir dans quelle *colonne* était le robot à cet instant.

1. Représentez les relations d'accessibilité (qui lient les mondes indistinguables) pour L et C. (Reprendre sur votre copie la disposition des mondes suggérée ici, en indiquant simplement leur nom bien sûr)
2. L'opérateur C annonce publiquement : « Je ne sais pas quelle est la trajectoire. ». Indiquez quelle conséquence cette annonce a sur la structure M.
3. Indiquez les mondes w_i dans lesquels $M, w_i \models D_{\{L,C\}} p_i$ est vraie après l'annonce précédente.
4. En inspectant plus minutieusement le robot, l'ingénieure constate qu'elle peut savoir combien de virage(s) celui-ci a effectué lors de son trajet (c'est-à-dire le nombre de cases dans lesquelles le robot tourne, par exemple elle compte 3 virages en w_1, et 4 virages en w_2). Représentez la relation d'accessibilité pour l'ingénieure. Elle déclare alors « Je sais que même si vous communiquez, vous ne saurez pas la trajectoire ». Après cette annonce l'un des opérateurs, L ou C, sait quelle est la trajectoire. Lequel ? Justifiez votre réponse.

2 Réseau de Petri

Exercice 3 – Analyse – *6 points*

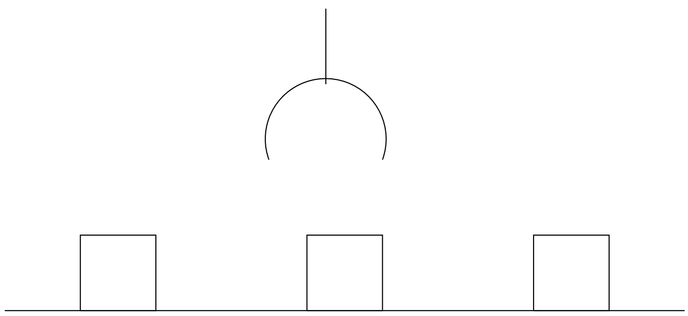
On considère le réseau de Petri suivant :



1. (2 pts) Donnez son graphe des marquages accessibles.
2. (1.5 pts) Déterminez si le réseau est a) vivant, b) quasi-vivant, c) sans blocage, d) borné, e) réversible.
3. (1 pt) Donnez une exécution et le mot associé vérifiant la formule temporelle : $\varphi_1 = \neg F(t_5 \wedge X t_4)$
4. (1.5 pt) Ce réseau de Petri vérifie-t-il la formule $\varphi_2 = \neg t_3 \mathcal{U} t_2$? Justifiez votre réponse.

Exercice 4 – Modélisation – *3 points*

On souhaite modéliser le déplacement et l'empilement de blocs disposés sur un plateau à l'aide d'une grue. La situation initiale est la suivante : la grue n'est pas chargée et trois blocs sont situés sur le plateau (formant chacun une tour de 1 bloc).



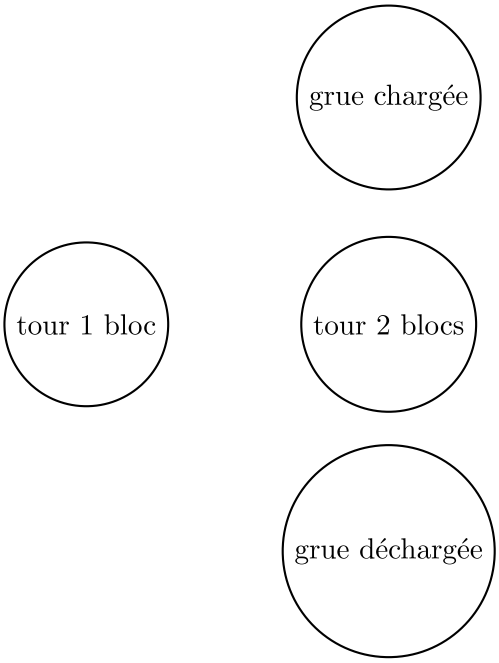
Les actions possibles sont

- prendre : charger sur la grue un bloc situé sur le plateau
- dépiler : charger sur la grue un bloc situé au sommet d'une pile
- poser : déposer le contenu de la grue sur le plateau
- empiler : déposer le contenu de la grue sur une pile

1. En reproduisant le schéma de la page suivante sur votre copie, ajoutez les transitions entre ces places (en conservant leur disposition relative sur votre copie) qui permettent de modéliser ce système. Les transitions doivent être nommées en utilisant les actions listées ci-dessus.

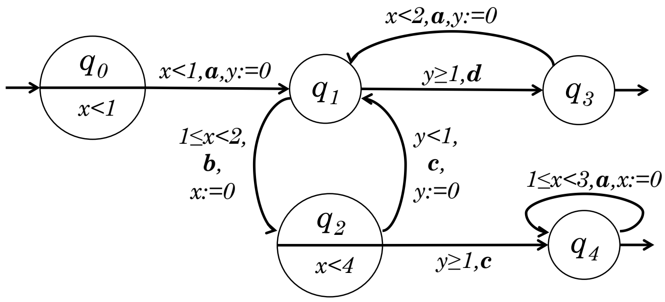
   Soignez la lisibilité de votre réponse.

   Indiquez aussi le marquage correspond à la situation initiale.



3 Automates temporisés et logique temporelle

Exercice 5 Automate temporisé *(6 pts)*
On considère l'automate temporisé suivant :



1. (2 pts) Donnez une exécution de cet automate formant un mot temporisé de la forme $(a,t_1)(b,t_2)(c,t_3)(d,t_4)$. Donnez le mot temporisé associé (en donnant les valeurs correctes aux différents t_i).
2. (1 pt) Représentez dans le plan les valeurs successives des horloges durant cette exécution.
3. (1.5 pts) Donnez une exécution de cet automate qui atteint l'état q_4 et forme un mot de longueur 5 (on rappelle que la longueur d'un mot temporisé $(m_1,t_1)(m_2,t_2)\cdots(m_n,t_n)$ est n). Donnez le mot temporisé associé.
4. (1.5 pts) Donnez une exécution de cet automate qui vérifie la formule $F_{[0.5,0.5]}(a \wedge G_{[1,2]}(b \vee c)$. Donnez le mot temporisé associé.

4 Annexe : logique temporelle LTL

Notations générales

Soit $\mathcal{M} = \langle W, R, I \rangle$ un modèle de Kripke respectant la sérialité (tout monde a au moins un successeur).

Étant donné $w \in W$, on note Π_w l'ensemble des chemins commençant par w ($\Pi_w = \{w_0, w_1, \ldots | w_0 = w, \forall i \in \mathbb{N},\ w_i \in W \text{ et } (w_i, w_{i+1}) \in R\}$).

Étant donné un chemin $\pi = w_0, w_1, \ldots$, on pose $\pi(i) = w_i$ (monde à l'étape i) et $\pi^i = w_i, w_{i+1}, w_{i+2}, \ldots$ (chemin décalé de i).

Syntaxe

$$\varphi ::= p|\neg\varphi|\varphi \wedge \varphi|\varphi \vee \varphi|\varphi \rightarrow \varphi|X\varphi|F\varphi|G\varphi|\varphi U\varphi$$

Sémantique (de chemin)

Soit Π un ensemble de chemins basé sur ce modèle ($\Pi \subseteq \bigcup_{w\in W} \Pi_w$).

Pour tout chemin de $\pi \in \Pi$, la sémantique de $\mathcal{M}, \pi \models \varphi$ (qui se lit π vérifie φ dans $\mathcal{M}$) est définie comme suit :

$$\begin{array}{lll}
\mathcal{M}, \pi \models p & \text{ssi} & \pi(0) \in I(p) \\
\mathcal{M}, \pi \models \neg\varphi & \text{ssi} & \mathcal{M}, \pi \not\models \varphi \\
\mathcal{M}, \pi \models \varphi \wedge \psi & \text{ssi} & \mathcal{M}, \pi \models \varphi \text{ et } \mathcal{M}, \pi \models \psi \\
\mathcal{M}, \pi \models \varphi \vee \psi & \text{ssi} & \mathcal{M}, \pi \models \varphi \text{ ou } \mathcal{M}, \pi \models \psi \\
\mathcal{M}, \pi \models X\varphi & \text{ssi} & \mathcal{M}, \pi^1 \models \varphi \\
\mathcal{M}, \pi \models F\varphi & \text{ssi} & \exists i \in \mathbb{N}, \mathcal{M}, \pi^i \models \varphi \\
\mathcal{M}, \pi \models G\varphi & \text{ssi} & \forall i \in \mathbb{N}, \mathcal{M}, \pi^i \models \varphi \\
\mathcal{M}, \pi \models \varphi U\psi & \text{ssi} & \exists i \in \mathbb{N}, \mathcal{M}, \pi^i \models \psi \text{ et } \forall k \in \{0, \ldots, i-1\}, \mathcal{M}, \pi^k \models \varphi
\end{array}$$

On dit que φ est *valide* pour $(\mathcal{M}, \Pi)$ (noté $(\mathcal{M}, \Pi) \models \varphi$) ssi φ est vérifié dans $\mathcal{M}$ par tout chemin de Π (i.e. $\forall \pi \in \Pi, \mathcal{M}, \pi \models \varphi$).

On dit que φ est *satisfiable* pour $(\mathcal{M}, \Pi)$ ssi il existe au moins un chemin de Π qui vérifie φ dans $\mathcal{M}$, c'est-à-dire ssi $\neg\varphi$ n'est pas valide pour $(\mathcal{M}, \Pi)$.