Sorbonne Université
Année 2019-2020

LRC - Examen réparti n° 2

M1 ANDROIDE
M1 DAC

Correction : **Eléments de correction**
Durée 2h - documents et calculatrices non autorisés
Le barème n'est donné qu'à titre indicatif

1 Logique épistémique

Exercice 1 Un démineur collaboratif *(12 points)*
On s'intéresse au jeu du démineur (*minesweeper*), dont on rappelle les règles : il s'agit de déterminer l'emplacement d'un nombre k de mines, disséminées sur un terrain sous forme de grille (dans tout l'exercice, de dimension 4×3). Une case peut contenir zéro ou une mine. Lorsqu'une case est testée, si elle ne contient pas de mine, elle affiche le nombre de mines adjacentes à la case (i.e. le nombre de mines qui se trouvent dans son voisinage, donc au maximum les 8 cases autour de cette case). L'exemple suivant représente une grille avec $k = 3$ dont toutes les cases sont révélées, avec les valeurs sur toutes les cases.

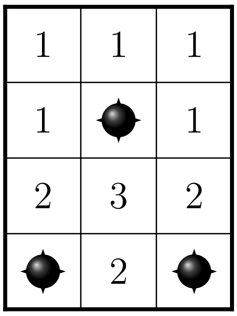


Figure 1 – Un exemple de grille totalement révélée.

On se propose de représenter le problème sous forme épistémique, dans le cadre de la logique modale S5, en considérant ici qu'un monde possible représente une répartition possible des k mines sur la grille. On utilise également le langage logique doté des propositions $m_{i,j}$, qui représentent qu'une mine est présente sur la case d'abscisse i et d'ordonnée j de la grille (la case $(1,1)$ est donc en bas à gauche). Ainsi, sur notre exemple, la formule $m_{1,1} \wedge m_{2,3} \wedge m_{3,1}$ est vraie.

1. *(0.5 pt)* On considère que le maître du jeu fait une première annonce publique : "il y a 3 mines dans cette grille". Indiquez si la structure de Kripke comporte alors 3, 8 ($= 2^3$), ou 220 ($= C_{12}^3$) mondes possibles.

   Correction : 3 mines parmi 12 cases : 220 mondes possibles.

2. *(0.5 pt)* Le maître du jeu fait ensuite une deuxième annonce publique en montrant la grille de la Figure 2 en expliquant : "Les cases '?' ont été testées. Elles ne comportent pas de mine mais je ne vous révèle pas leur valeur.". Expliquez pourquoi il y a alors 20 mondes possibles.

   Correction : Il n'y a plus que C_6^3, puisqu'on est sûr que les cases '?' ne comportent pas de mines.

3. *(1.5 pt)* Le maître du jeu fait enfin une dernière annonce publique : "Il n'y a pas de case 0 parmi les '?' sur cette grille". Expliquez alors pourquoi il ne reste que 9 mondes possibles, en les donnant explicitement.

   Correction : Voir la structure de Kripke.

?		
?		
?	?	?
	?	

FIGURE 2 – La grille révélée lors de la deuxième annonce publique

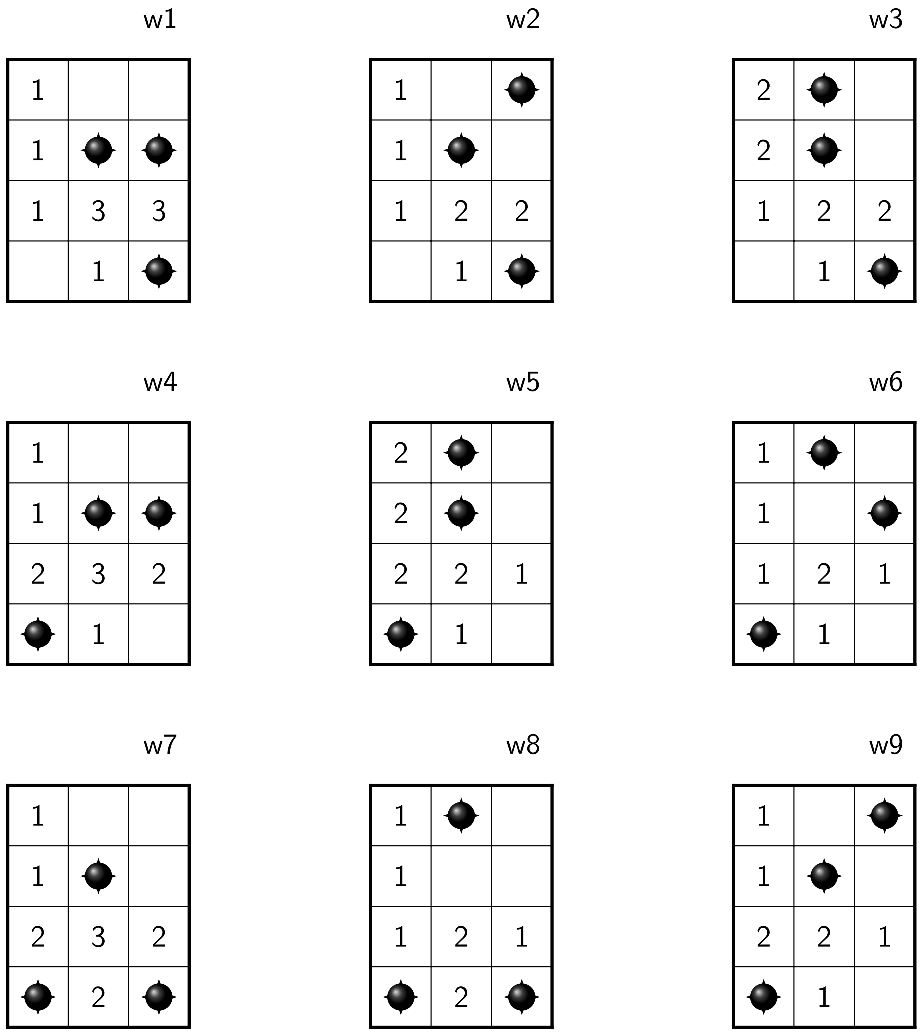
1		
1		
?	?	?
	?	

FIGURE 3 – Vision de la grille pour l'agent J_1 : les 2 cases '?' sur lesquelles se trouvent la valeur '1' sont révélées. Les autres cases '?' ne sont pas révélées.

On considère à présent qu'il y a 3 joueurs : J_1, J_2, et J_3. Chaque joueur est équipé d'une paire de lunette filtrante, de telle manière que le joueur J_α peut voir ceux des '?' dont la valeur est α. Par exemple, pour la grille de la Figure 1 donnée en début d'énoncé, l'agent J_1 aura la vision indiquée en Figure 3.

4. *(1.5 pt)* Représentez les relations d'accessibilité entre les mondes pour les trois joueurs. (Il est sans doute préférable pour la lisibilité de représenter les relations en terme de classes d'équivalences, comme dans le logiciel Hexa, utilisé en TME).

Correction :



La relation d'accessibilité est alors (donnée sous forme des classes d'équivalence pour les agents). Attention : les agents hésitent entre les mondes pour lesquels ils ne voient aucune case révélées :
$R_1 = [(w_1, w_2)(w_3)(w_4)(w_5)(w_6)(w_7)(w_8)(w_9)]$
$R_2 = [(w_1)(w_2)(w_3)(w_4)(w_5)(w_6)(w_7)(w_8)(w_9)]$ (l'agent 2 n'hésite jamais)
$R_3 = [(w_1)(w_4, w_7)(w_2, w_3, w_5, w_6, w_8, w_9)]$

On désigne par $M = \langle W, R, I \rangle$ le modèle obtenu après ces trois annonces publiques.

On utilisera le raccourci syntaxique K_α^{all} pour indiquer que l'agent J_α, pour chaque case, *sait si* elle contient une mine (il a donc gagné).

5. *(1 pt)* Donnez la formule logique correspondant à K_α^{all}, pour un agent α.
6. *(1 pt)* Existe-t-il un monde $w \in W$, tel que la formule
$$M, w \models K_1^{all} \wedge K_2^{all} \wedge K_3^{all}$$
est vraie ?
Comment interprétez-vous cette formule, et donc ce résultat ?

Correction : Non. En chaque monde au moins un agent hésite.

7. *(4.5 pts)* Traduisez sous forme logique les énoncés suivants, et indiquez s'ils sont vrais dans la structure M :
   (a) L'agent J_2 sait où sont toutes les mines.
   Correction : $M \models K_2^{all}$.
   Vrai, voir la structure de Kripke : l'agent 2 n'hésite entre aucun monde.

(b) L'agent J_1 sait si la case $(3, 4)$ comporte une mine.

Correction : $M \models K_1 m_{3,4} \vee K_1 \neg m_{3,4}$.
Faux, $M, w_1 \not\models K_1 m_{3,4} \vee K_1 \neg m_{3,4}$.

(c) Les agents J_1 et J_3 ont la connaissance distribuée de la position de toutes les mines.

Correction : $M \models D^{all}_{1,3}$.
Vrai. L'intersection des relations d'accessibilité de 1 et 3 est vide.

(d) Il est connaissance commune que si J_3 ne sait pas où sont toutes les mines, alors J_1 sait où sont toutes les mines.

Correction : $M \models C_{1,2,3}(\neg K^{all}_3 \rightarrow K^{all}_1)$.
Faux. $M, w_2 \models \neg K^{all}_3$ et pourtant $M, w_2 \models \neg K^{all}_1$

(e) Si J_1 ne sait pas où sont toutes les mines, alors tous les agents savent que la case $(3, 1)$ contient une mine.

Correction : $M \models \neg K^{all}_1 \rightarrow E_{1,2,3} m_{3,1}$.
Faux. En effet en w_2, on a bien $\neg K^{all}_1$, mais la conséquence n'est pas vraie (l'agent 3 ne sait pas que $m_{3,1}$).

8. *(1.5 pt)* Les joueurs 1 et 3 jouent ensemble. Ils ne peuvent pas révéler où sont les mines, mais ils peuvent indiquer s'ils savent où sont toutes les mines. On considère alors deux séquences indépendantes :

(a) L'agent 3 annonce publiquement qu'il ne sait pas où sont toutes les mines. L'agent 1 sait-il après l'annonce où sont toutes les mines ?

Correction : Oui. Le monde w1 devient impossible. Le joueur 1 n'hésite alors plus.

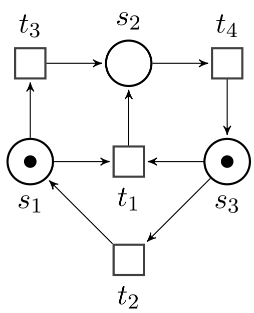
(b) L'agent 1 annonce publiquement qu'il ne sait pas où sont toutes les mines. L'agent 3 sait-il après l'annonce où sont toutes les mines ?

Correction : Oui. Tous les mondes sauf w1 et w2 deviennent impossibles. Le joueur 3 n'hésite alors plus.

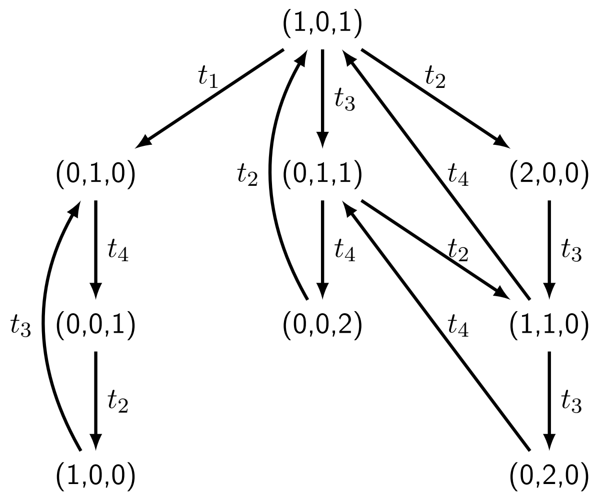
2 Réseaux de Petri

Exercice 2 Analyse de réseau de Petri *(4 points)*

On considère le réseau de Petri suivant :



1. *(2 pts)* Donnez son graphe des marquages accessibles.



Correction :

2. *(2 pts)* Indiquez si le réseau est (i) quasi-vivant, (ii) vivant, (iii) borné, (iv) réversible ($i.e.$ il est possible d'atteindre le marquage initial depuis tout marquage accessible), et (v) sans blocage.

   Correction : (i) oui, (ii) non, (iii) oui (2-borné), (iv) non, (v) oui.

3 Intervalles d'Allen

Exercice 3 Modélisation et raisonnement à l'aide des intervalles d'Allen *(5 points)*

A la pause repas, Jean voudrait :

- *déjeuner,*
- *téléphoner à Thibault,*
- *et lire la lettre de Laure.*

On note respectivement D, T et L les événements 'déjeuner', 'téléphoner à Thibault' et 'lecture de la lettre de Laure' et on considère les intervalles de temps I_D, I_T et I_L correspondant à ces événements.

1. *(1.5 pt)* Exprimez les contraintes entre ces intervalles imposées par chacune des phrases suivantes, considérées indépendamment les unes des autres :

   (a) *Jean peut commencer à manger avant ou pendant l'appel téléphonique à Thibault ; mais aura forcément déjà largement fini son repas à la fin de cet appel.*

   (b) *Il ne peut pas lire la lettre de Laure en même temps qu'il est au téléphone avec Thibault.*

   (c) *Pendant la phase finale de son déjeuner, il compte ouvrir et lire la lettre de Laure en sirotant un café ; il finira alors sa lecture et son repas en même temps.*

   Note : Les phrases ont été conçues pour limiter les ambiguïtés. Soyez attentifs aux formulations. En particulier, A 'en même temps' que B est interprété dans un sens ponctuel (il y a au moins un instant commun à A et B) et non dans un sens duratif (il y a un intervalle de temps commun entre A et B).

   Correction :

   Traduction des phrases :

   (a) $I_D\{<, m, o, s, d\}I_T$ (ou $I_T\{>, m^t, o^t, s^t, d^t\}I_D$)

   (b) $I_L\{>, <\}I_T$ (ou $I_T\{>, <\}I_L$)

   (c) $I_L\{e\}I_D$ ou $I_D\{e^t\}I_L$

2. *(3 pts)* Représentez les contraintes correspondant aux phrases (a) et (b) dans un graphe temporel, puis ajoutez et propagez entièrement la contrainte R_{LD} entre I_L et I_D correspondant à (c) en détaillant les étapes (y compris les calculs de compositions).

   Pour accélérer le calcul des compositions, en plus de l'annexe, les compositions avec e sont données :

	$<$	**m**	**o**	$\mathbf{e^t}$	**s**	**d**	$\mathbf{d^t}$	**e**	$\mathbf{s^t}$	$\mathbf{o^t}$	$\mathbf{m^t}$	$>$
e	$<$	m	osd	$ee^t =$	d	d	$> m^t o^t$ $s^t d^t$	e	$> m^t o^t$	$> m^t o^t$	$>$	$>$

Correction :
Déroulé de l'algo :

(a) Propagation de $R_{LD} = \{e\}$ $(i = L, j = D)$.
On considère l'événement T (i.e. $k = T$)

i. $R_{LT} \leftarrow R_{LT} \cap R_{LD} \circ R_{DT}$.
Soit $R_{LT} \leftarrow \{>, <\} \cap \{e\} \circ \{<, m, o, s, d\}$.
Calcul de $\{e\} \circ \{<, m, o, s, d\}$:

- $e \circ <= (<^{st} \circ e^{st})^{ts} = (< \circ s^t)^{ts} = \{<\}^{ts} = \{<\}$
- $e \ \circ m = (m^{st} \circ e^{st})^{ts} = (m \circ s^t)^{ts} = \{m\}^{ts} = \{m\}$
- $e \ \circ o = (o^{st} \circ e^{st})^{ts} = (o \circ s^t)^{ts} = \{o, e^t, d^t\}^{ts} = \{o, e, d\}^s = \{o, s, d\}$
- $e \ \circ s = (e^s \circ s^s)^s = (s \circ e)^s = \{d\}^s = \{d\}$
- $e \ \circ d = (e^s \circ d^s)^s = (s \circ d)^s = \{d\}^s = \{d\}$

Ainsi $\{e\} \circ \{<, m, o, s, d\} = \{<, m, o, s, d\}$. Donc on effectue :
$R_{LT} \leftarrow \{>, <\} \cap \{<, m, o, s, d\} = \{<\}$ Pas de contradiction temporelle, mais il faudra propager $R_{LT} = \{<\}$.

ii. $R_{TD} \leftarrow R_{TD} \cap R_{TL} \circ R_{LD}$.
Soit $R_{TD} \leftarrow \{>, m^t, o^t, s^t, d^t\} \cap \{>, <\} \circ \{e\}$.
Calcul de $\{>, <\} \circ \{e\}$:

- $> \ \circ e = (>^s \circ e^s)^s = (< \circ s)^s = \{<\}^s = \{>\}$
- $< \ \circ e = \{<, m, o, s, d\}$

Ainsi $\{>, <\} \circ \{e\} = \{>, <, m, o, s, d\}$. Donc on effectue :
$R_{TD} \leftarrow \{>, m^t, o^t, s^t, d^t\} \cap \{>, <, m, o, s, d\} = \{>\}$ Pas de contradiction temporelle, mais il faudra propager $R_{TD} = \{>\}$.

(b) Propagation de $R_{LT} = \{<\}$.
On considère l'événement D.

i. $R_{LD} \leftarrow R_{LD} \cap R_{LT} \circ R_{TD}$.
Soit $R_{LD} \leftarrow \{e\} \cap \{<\} \circ \{>\}$.
Or $< \circ >= tout$ donc R_{LD} inchangé

ii. $R_{DT} \leftarrow R_{DT} \cap R_{DL} \circ R_{LD}$.
Soit $R_{DT} \leftarrow \{<\} \cap \{e^t\} \circ \{<\}$.
Or $e^t \circ <= (< \circ s^t)^t s = \{<\}^{ts} = \{>\}$. donc R_{DT} inchangé.

(c) Propagation de $R_{TD} = \{>\}$.
On considère l'événement L.

i. $R_{TL} \leftarrow R_{TL} \cap R_{TD} \circ R_{DL}$.
Soit $R_{TL} \leftarrow \{>\} \cap \{>\} \circ \{e^t\}$.
Or $> \circ e^t = (< \circ s^t)^s = \{>\}^s = \{>\}$ donc R_{TL} inchangé

ii. $R_{LD} \leftarrow R_{LD} \cap R_{LT} \circ R_{TD}$.
Soit $R_{LD} \leftarrow \{e\} \cap \{<\} \circ \{>\}$.
Or $< \circ >= tout$ donc R_{LD} inchangé

(d) Plus rien à propager : terminé.

3. *(0.5 pt)* Donnez un placement possible de ces intervalles de temps correspondant à ce graphe. Combien y a-t-il de configurations possibles ?

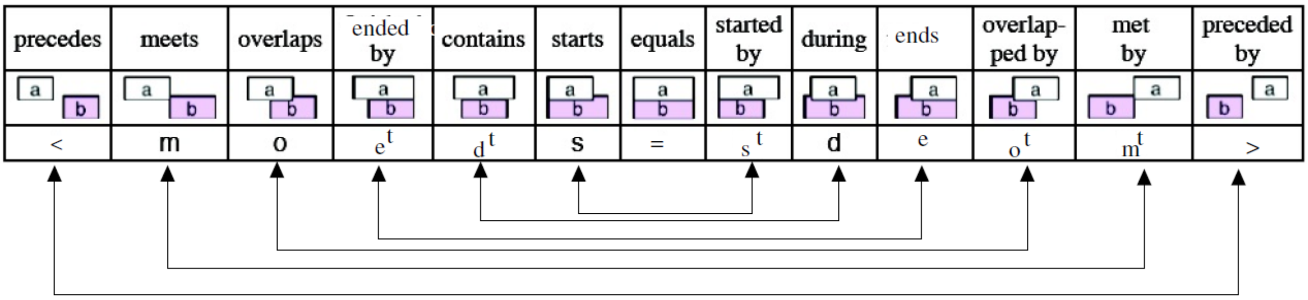
Correction :
L commence pendant D et se termine en même temps, R a ainsi lieu après un peu de temps). Il n'y a qu'une configuration possible car toutes les relations du graphe temporel sont de cardinalité 1.

```
[===== D =====]
        [= L =]
                 [=== R ===]
```

4 Annexe

Relations d'Allen

Classes par le "degr" avec lequel a commence avant b puis par le "degr" avec lequel a finit aprs b.
Les flches indiquent les relations transposes : $a\,R\,b \iff b\,R^t\,a$



Composition des relations

	$<$	m	o	e^t	s	d	d^t	e	s^t	o^t	m^t	$>$
$<$	$<$	$<$	$<$	$<$	$<$	$<$mo sd	$<$	$<$mo sd	$<$	$<$mo sd	$<$mo sd	tout
m		$<$	$<$	$<$	m	osd	$<$	osd	m	osd	$ee^t=$	
o			$<$mo	$<$mo	o	osd	$<$mo e^td^t	osd	oe^td^t	oo^te e^tdd^t $s^ts=$		
s				$<$mo	s	d	$<$mo e^td^t	d	$ss^t=$			
e^t					o	osd	d^t	$ee^t=$				
d						d	tout					
d^t						oo^te e^tdd^t $s^ts=$						

$$\begin{array}{|lcl|}\hline R_1 \circ R_2 & = & (R_2^t \circ R_1^t)^t \\ R_1 \circ R_2 & = & (R_1^s \circ R_2^s)^s \\ R_1 \circ R_2 & = & (R_2^{st} \circ R_1^{st})^{ts} \\ \hline\end{array}$$

Relations symétriques

R	$<$	m	o	et	dt	d	=	e
R^s	$>$	mt	ot	st	dt	d	=	s

Algorithme d'Allen

Propager(R_{ab})
- EmpilerR_{ab}
- Tant que la pile est non vide
  - Dépiler R_{ij}
  - Pour tout k dans $[1, n]$, $k \neq i$ et $k \neq j$
    - $newR_{ik} \leftarrow \mathrm{conjonction}(R_{ik}, \mathrm{contrainte}(R_{ij}, R_{jk}))$
    - $newR_{kj} \leftarrow \mathrm{conjonction}(R_{kj}, \mathrm{contrainte}(R_{ki}, R_{ij}))$
    - Si $newR_{ik} = \emptyset$ ou $newR_{kj} = \emptyset$
      - contradiction temporelle : arrt
    - Si $newR_{ik} \neq R_{ik}$
      - $R_{ik} \leftarrow newR_{ik}$
      - Empiler R_{ik}
    - Si $newR_{kj} \neq R_{kj}$
      - $R_{kj} \leftarrow newR_{kj}$
      - Empiler R_{kj}